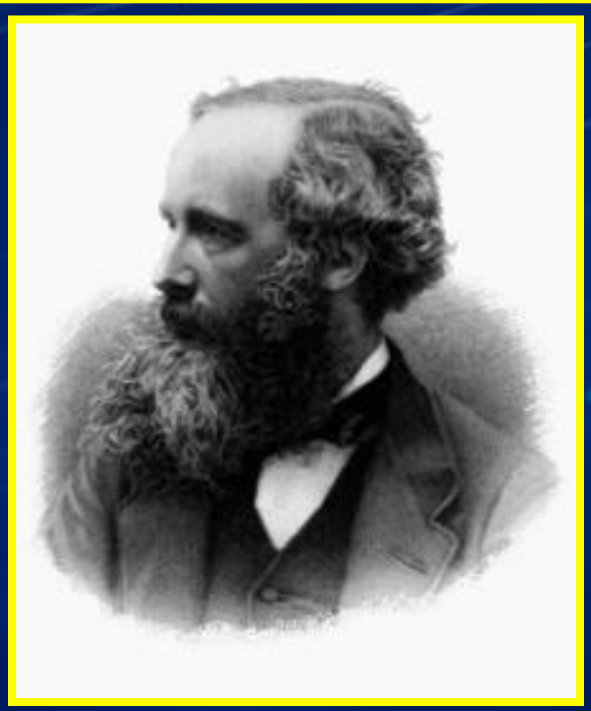
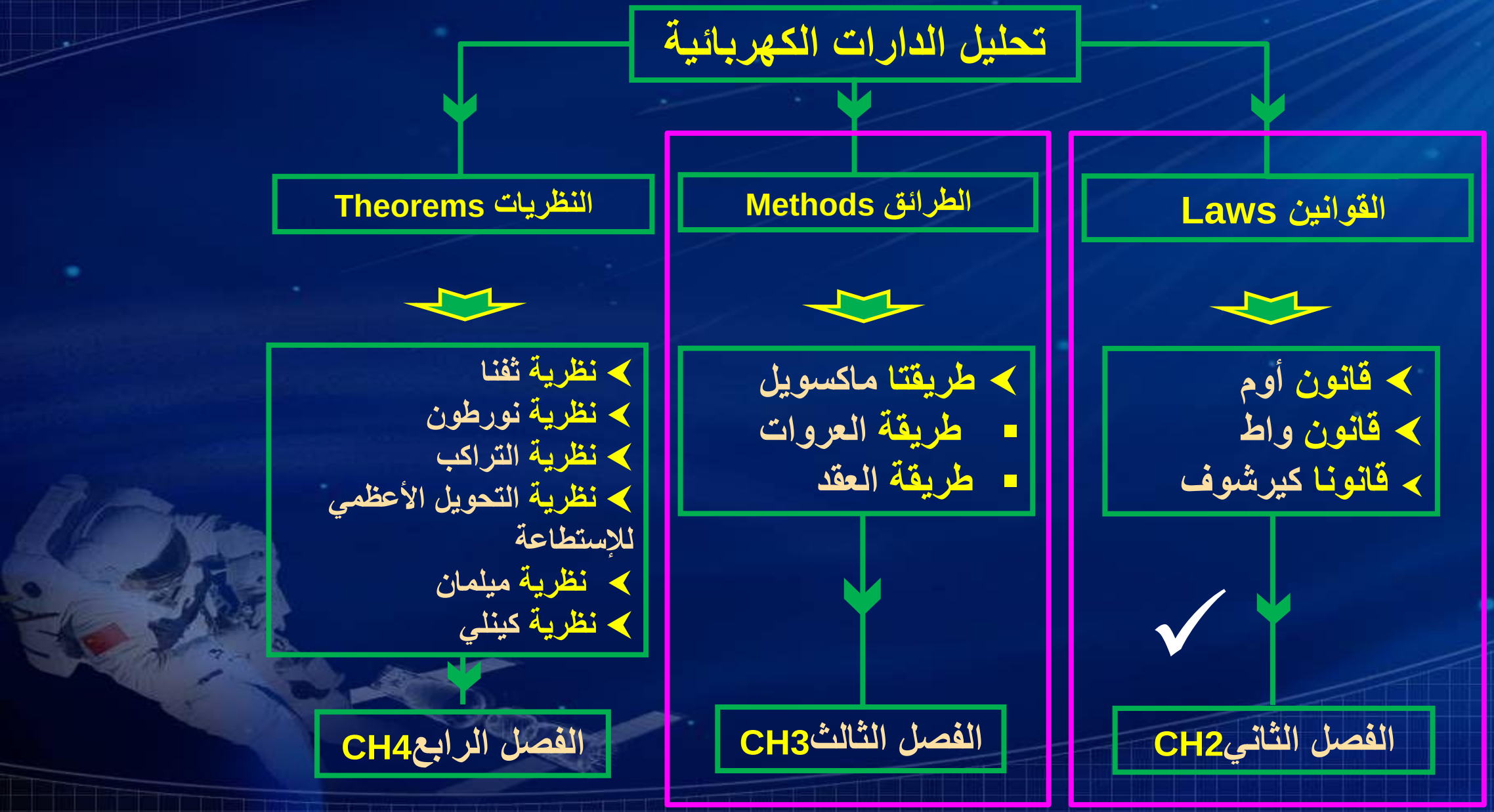
الفصل الثالث: طريقتا التحليل الشبكي
Analysis methods



James Clerk Maxwell
(1831 en Ecosse et décédé 1879)

- تحليل الدارات الكهربائية: لتحليل الدارات الكهربائية هناك ثلاثة خيارات، لكل خيار إيجابياته و سلبياته

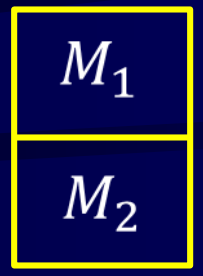


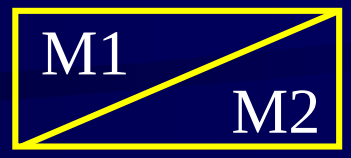
مقدمة

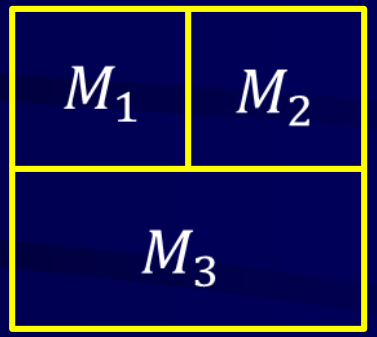
Introduction

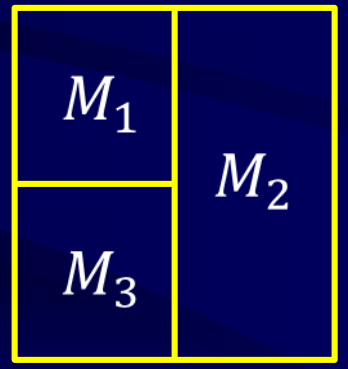
1.1. أنواع الدارات

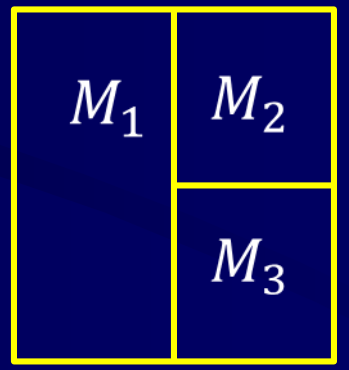
1. دارات بعروتين
2. دارات بثلاثة عروات



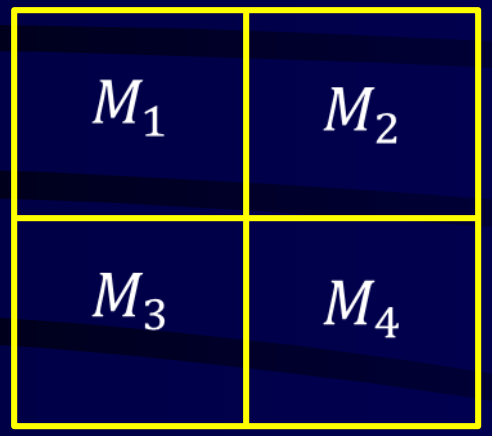


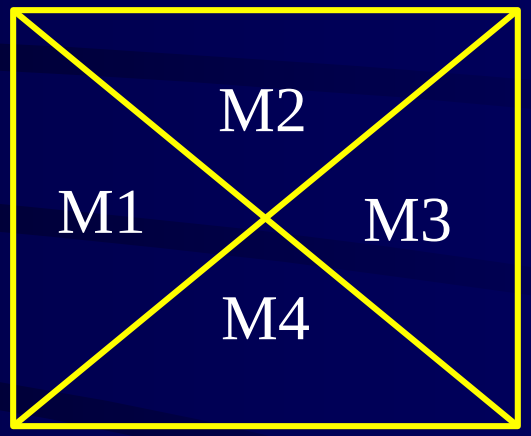






3. دارات بأربعة عروات

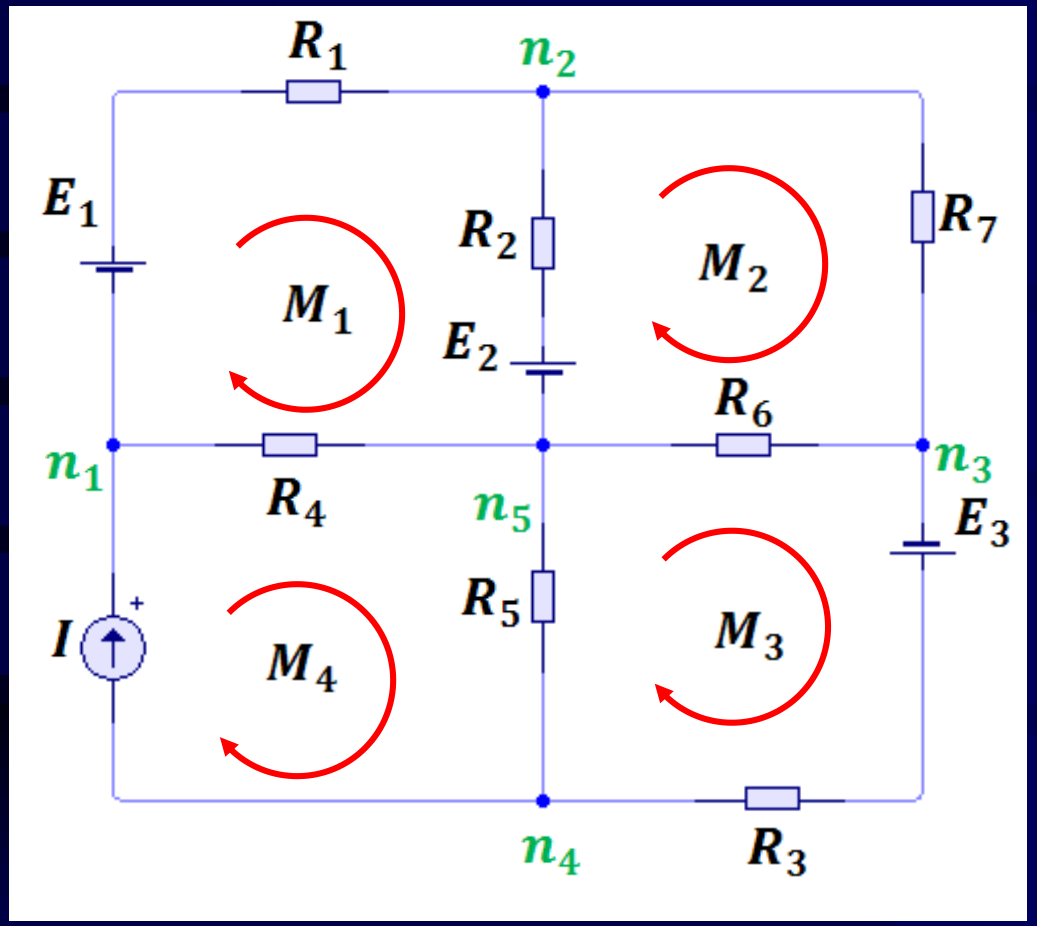




4. دارات بـ n عروة

ملاحظة: عدد المعادلات يساوي عدد المجاهيل طبعا و يساوي عدد العروات كما سنرى.

2.1. كيرشوف أم ماكسويل؟



- عدد العروات: **4**
- عدد العقد: **5**
- عدد المعادلات: **9**

❖ قاعدة:

$$NM = NB - (NN - 1)$$

3. طريقة العروات المستقلة
Meshes Method

- و هي طريقة تعتمد على قانون كيرشوف للعروات (للكمونات) فقط

طريقة العروات/Meshes Method

التحليل العام
General Analysis

التحليل المبرمج
Programed Analysis

العروة الكبرى
Supermesh

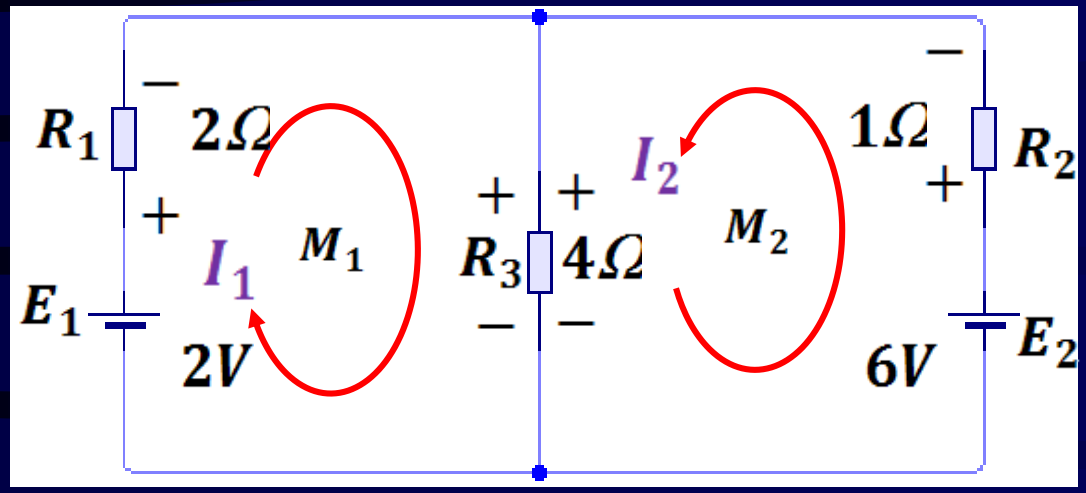
3. 1. التحليل العام General Analysis

كيف ؟ ما هي خطوات تطبيق الطريقة؟

1. نحول مولدات التيار الحقيقية إلى مولدات كمون حقيقية إن وجدت.
2. نلحق بكل عروة تيارا وهميا اتجاهه كيفيا.
3. نحدد هبوطات الكمون في المقاومات حسب اتجاه هذه التيارات الوهمية.
4. نطبق قانون العروات (الكمونات أو الجهود).
5. نطبق طريقة Cramer " المحددات " لإيجاد تيارات العروات

توضيح:

لتكن الدارة الآتية



$$M_1:\ 2-2I_1-4(I_1+I_2)=0\Rightarrow 6I_1+4I_2=2$$

$$M_2:\ 6-I_2-4(I_1+I_2)=0\Rightarrow 4I_1+5I_2=6$$

$$I_1=\frac{\Delta I_1}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}2 & 4\\ 6 & 5\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}6 & 4\\ 4 & 5\end{vmatrix}}=\frac{2.5-4.6}{6.5-4.4}=-\frac{14}{14}=-1\ \text{A}$$

$$I_2=\frac{\Delta I_2}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}6 & 2\\ 4 & 6\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}6 & 4\\ 4 & 5\end{vmatrix}}=\frac{6.6-2.4}{6.5-4.4}=\frac{28}{14}=2\ \text{A}$$

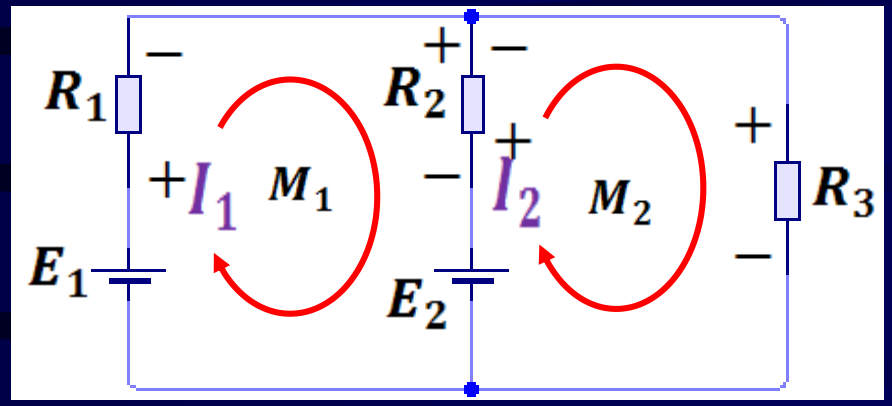
2.3. التحليل المبرمج Programed Analysis

- وهي طريقة فعالة تسمح لنا بكتابة معادلات العروات بسرعة و بدون أخطاء

كيف ؟ ما هي خطوات تطبيق الطريقة؟

1. نحول مولدات التيار الحقيقية إلى مولدات كمون حقيقية إن وجدت.
2. نلحق بكل عروة تيارا وهميا اتجاهه باتجاه دوران عقارب الساعة.
3. نحدد هبوطات الكمون في المقاومات حسب اتجاه هذه التيارات الوهمية.
4. نطبق قانون العروات (الكمونات أو الجهود).
5. نطبق طريقة Cramer " المحددات " لإيجاد تيارات العروات

توضيح: لتكن الدارة الآتية



$$M_1:\ E_1 - R_1 I_1 - R_2(I_1 - I_2) - E_2 = 0$$

$$M_2:\ E_2 - R_2(I_2 - I_1) - R_3 I_2 = 0$$

- بترتيب المعادلتين نجد:

$$M_1:\ (R_1 + R_2)I_1 - R_2 I_2 = E_1 - E_2$$

$$M_2:\ -R_2 I_1 + (R_2 + R_3)I_2 = E_2$$

- بتحليل حدود هاتين المعادلتين نلاحظ أن:

1. الحد الأول من كل معادلة:

يمثل: مجموع المقاومات التي يمر بها تيار العروة جداء تيار العروة

2. الحد الثاني من كل معادلة:

عبارة عن: جداء مقاومة الفرع المشترك في تيار العروة الأخرى، مسبوق بالإشارة السالبة

3. الحد الأيمن من كل معادلة:

هو: المجموع الجبري لكمونات المولدات (مولدات الكمون أو مولدات التيار)

ملخـــــص

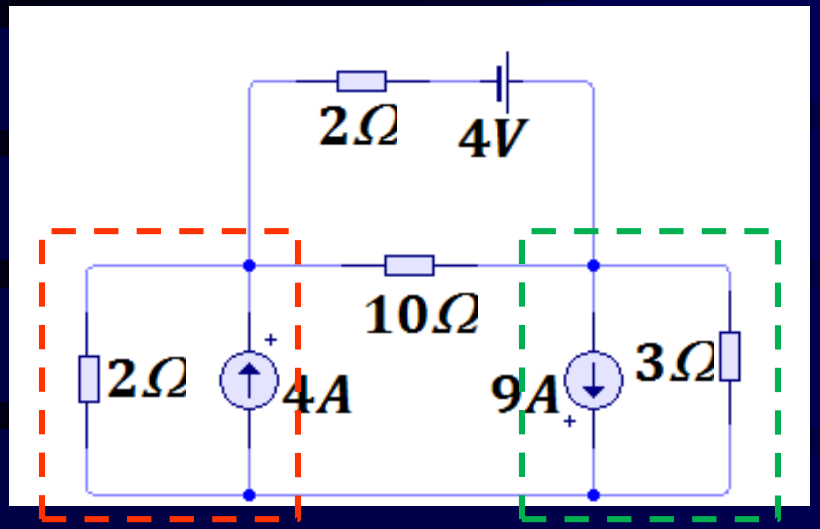
متـــى ؟

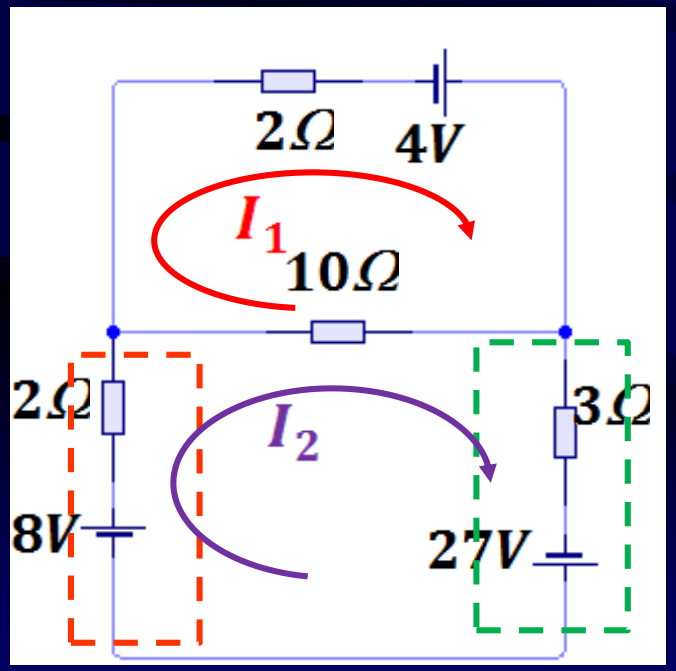
1. إذا طلب تطبيق الطريقة.
2. إذا طلب حساب تيارا أو تيارات.
3. إذا كانت مصادر الطاقة الغالبة في الدارة هي مصادر كمون.
4. إذا كان عدد معادلات العروات أقل من عدد معادلات العقد.

تطـــــبيق1

- جد تيارات العروات في الدارة المقابلة.

خصائص الدارة: مولدي تيار قابلين للتحويل





$$12I_1 - 10I_2 = 4$$
$$-10I_1 + 15I_2 = 35$$

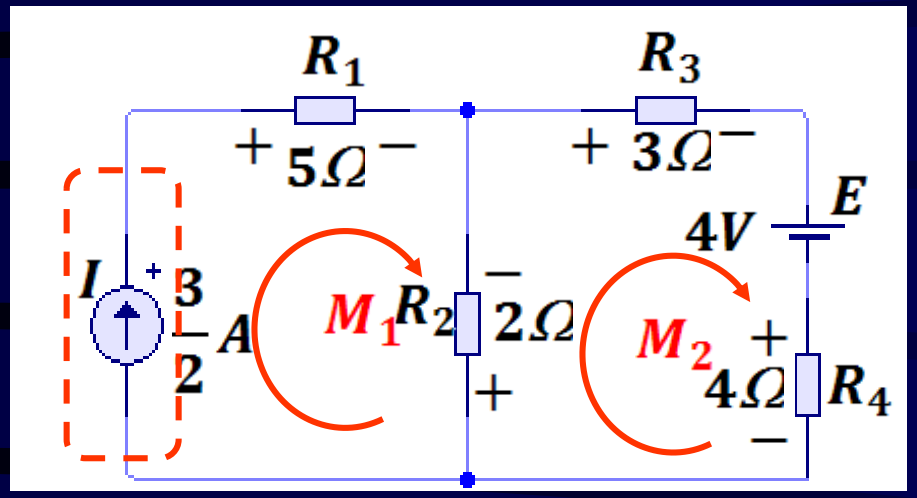
$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -10 \\ 35 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & -10 \\ -10 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{4.15 + 350}{180 - 100} = 5.125\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 4 \\ -10 & 35 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & -10 \\ -10 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{12.35 + 40}{180 - 100} = 5.75\ \text{A}$$

تطـــبيق2

- جد تيارات العروات في الدارة المقابلة.

خصائص الدارة: مولد تيار غير قابل للتحويل



$$M_1:\ I_1 = I = \frac{3}{2}A$$

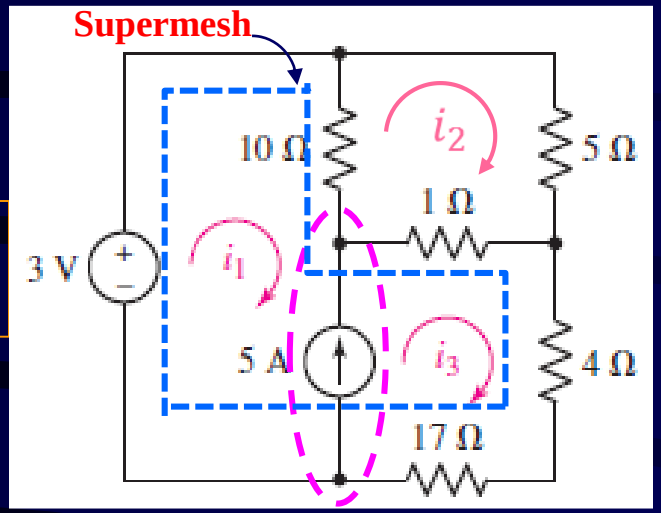
$$M_2:\ -2I_1 + (2+3+4)I_2 = -4$$

$$\Rightarrow I_2 = -\frac{1}{9}A$$

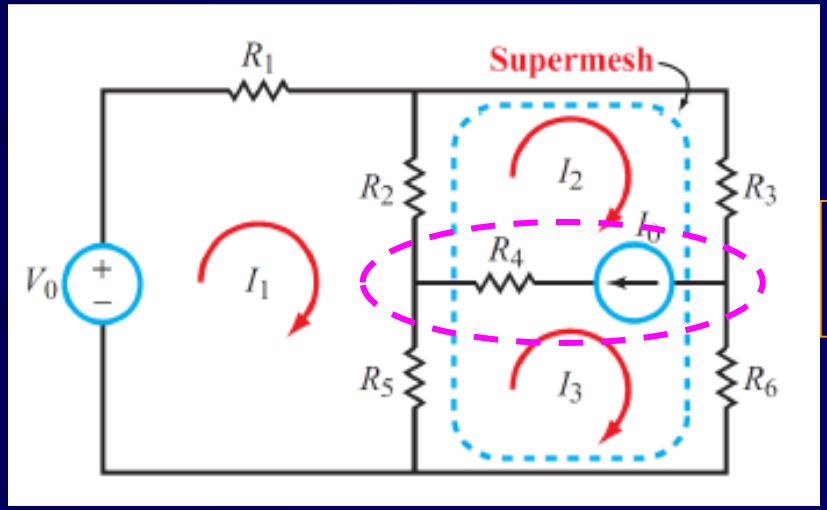
3. 3. طريقة العروة الكبرى Supermesh Method

تعريف: العروة الكبرى ناتجة عن وجود مولد تيار مثالي وحيدا (الشكل أ) أو مولد التيار مع أي عنصر آخر على التسلسل كفرع مشترك بين عروتين متجاورتين (الشكل ب). **نحدد العروة الكبرى بإلغاء أو إهمال هذا الفرع المشترك بين العروتين، في عملية التحليل نتبع نفس خطوات التحليل المبرمج مثلا.**

أ



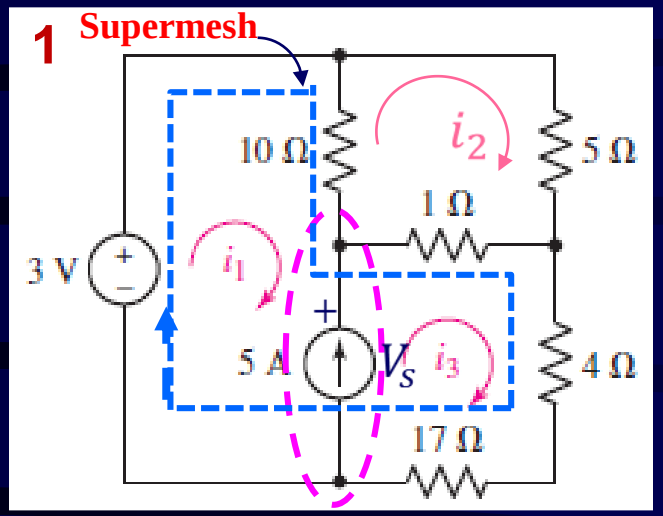
ب

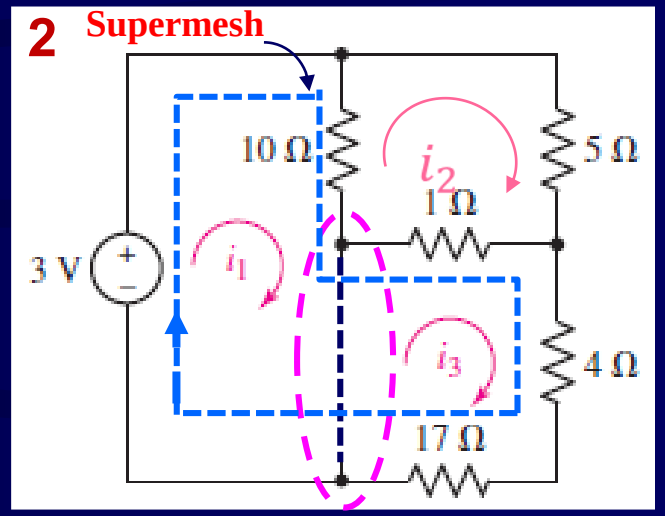


ملاحظات:

1. الفرع المشترك يقع داخل حدود العروة الكبرى.
2. تسمح الطريقة بتفادي إشكالية كمون مولد التيار V_s وكذلك بتخفيض عدد معادلات العروات، لكن دوما يبقى عدد المعادلات يساوي عدد المجاهيل.
3. نراعي تسمية التيارات الأصلية و اتجاهاتها عند التحليل بالعروة الكبرى.

تطـــبيق3: جد التيار i_3 باستعمال طريقة العروة الكبرى في الدارة أ



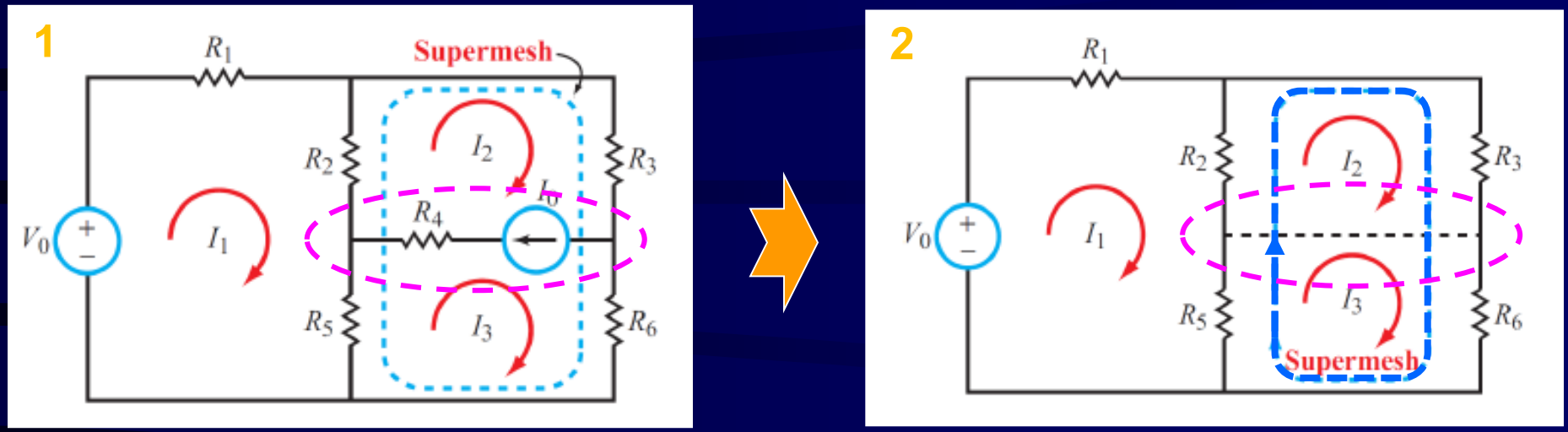


طريقة العروة الكبرى Supermesh	طريقة العروات االمستقلة Meshes Method
$M_2: -10i_1 + (10+5+1)i_2 - i_3 = 0$ $SM: 10(i_1 - i_2) + (i_3 - i_2) + (4+17)i_3 = 3$ $10i_1 - 11i_2 + 22i_3 = 3$ • المعادلة المساعدة (Supermesh Condition) : $\boldsymbol{i_3 - i_1 = 3}$	$M_1: 10i_1 - 10i_2 - 0.i_3 = 3 - V_s$ $M_2: -10i_1 + (10+5+1)i_2 - i_3 = 0$ $M_3: 0.i_1 - i_2 + (1+4+17)i_3 = V_s$ • المعادلة المساعدة (Supermesh Condition) : $\boldsymbol{i_3 - i_1 = 3}$

ملاحظة: لاحظ أن عدد المعادلات أقل في طريقة العروة الكبرى زيادة على ظهور V_s كمجهول إضافي في طريقة العروات المستقلة.

- بترتيب المعادلات و كتابتها على شكل مصفوفة، يمكن إيجاد تيارات العروات بحل الجملة باستعمال المحددات.

تطـــبيق4: باستعمال طريقة العروة الكبرى أكتب معادلات العروات التي تسمح بحساب شدة التيارات في الدارة الآتية.



1. طريقة العروات المستقلة Meshes Method	2. طريقة العروة الكبرى Supermesh
$M_1: (R_1+R_2+R_5)I_1 - R_2I_2 - R_5I_3 = V_0$ $M_2: -R_2I_1 + (R_2+R_3+R_4)I_2 - R_4I_3 = V_s$ $M_3: -R_2I_1 - R_4I_2 + (R_4+R_5+R_6)I_3 = -V_s$ • المعادلة المساعدة (Supermesh Condition) : $I_2 - I_3 = I_0$	$M_1: (R_1+R_2+R_5)I_1 - R_2I_2 - R_5I_3 = V_0$ $SM: (R_2+R_3)I_2 - R_2I_1 + (R_5+R_6)I_3 - R_5I_1 = 0$ • المعادلة المساعدة (Supermesh Condition) : $I_2 - I_3 = I_0$

ملاحظة: لاحظ أن عدد المعادلات أقل في طريقة العروة الكبرى زيادة على ظهور V_s كمجهول إضافي في طريقة العروات المستقلة.

- بترتيب المعادلات و كتابتها على شكل مصفوفة، يمكن إيجاد تيارات العروات بحل الجملة باستعمال المحددات.

4. طريقة العـــقد
Nodal Method

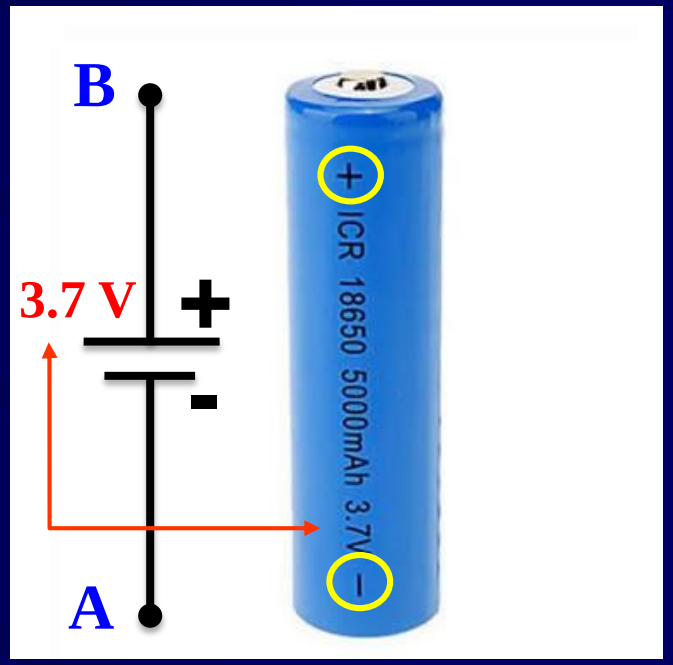
و هي طريقة تعتمد على قانون كيرشوف للعـقد (للتيارات) فقط

طريقة العقد/ Nodal Method

العقدة الكبرى
Supernode

العـقد
Nodes

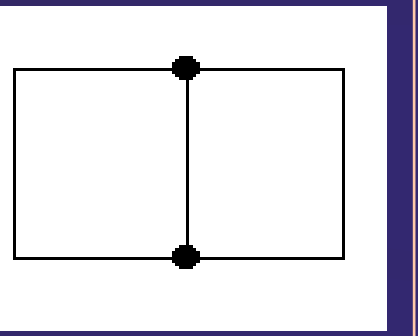
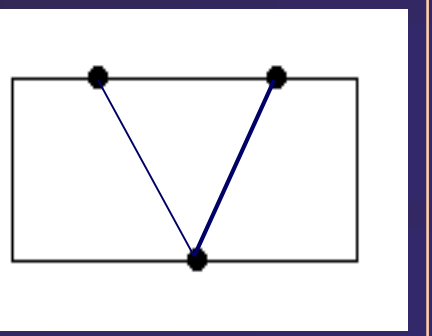
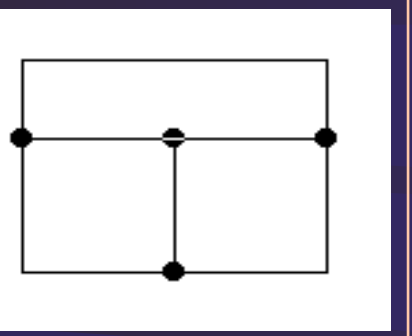
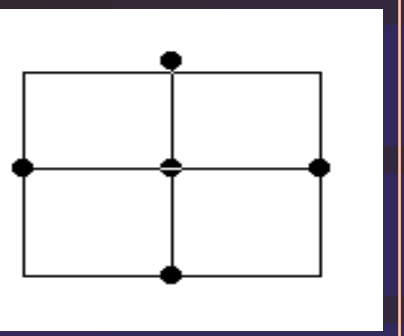
1. تذكير



$$V_{AB} = V_B - V_A = Ri$$

$$V_{AB} = V_B - V_A = 3.7\ V$$

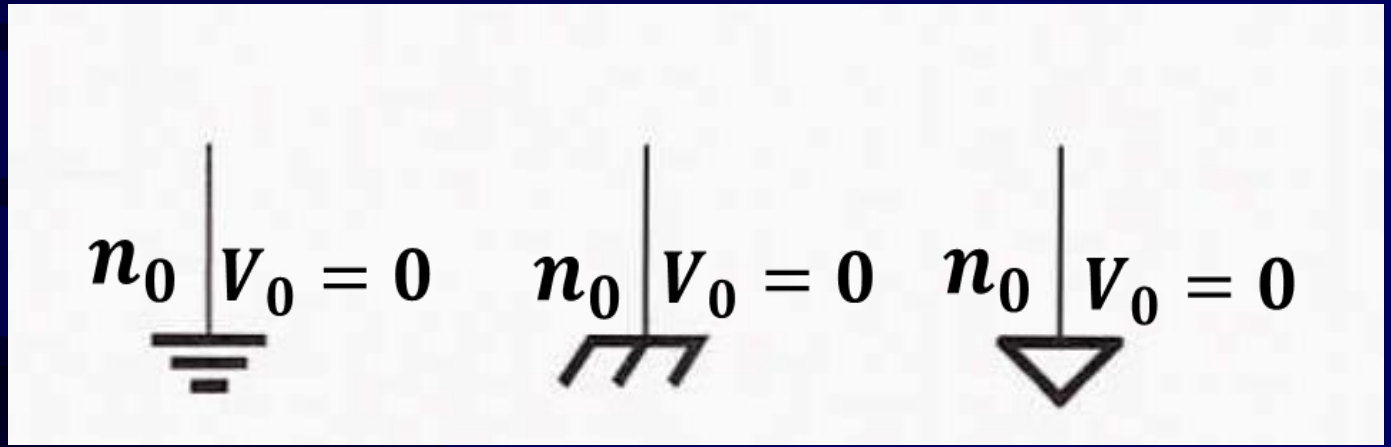
2. أنواع الدارات

	دارة بعقدتين	دارة بـ 3 عقدات	دارة بـ 4 عقدات	دارة بـ 5 عقدات
نوع الدارة				
عدد المعادلات $(n-1)$	1	2	3	4

ملاحظة: عدد المعادلات يساوي عدد العقد - واحد $(n-1)$ وعدد المعادلات يساوي عدد المجاهيل طبعا.

3. مفهوم العقدة المرجعية Reference Node

- هي عقدة كمونها الصفر.La masse / The ground
- يرمز لها بإحدى الأشكال الآتية:

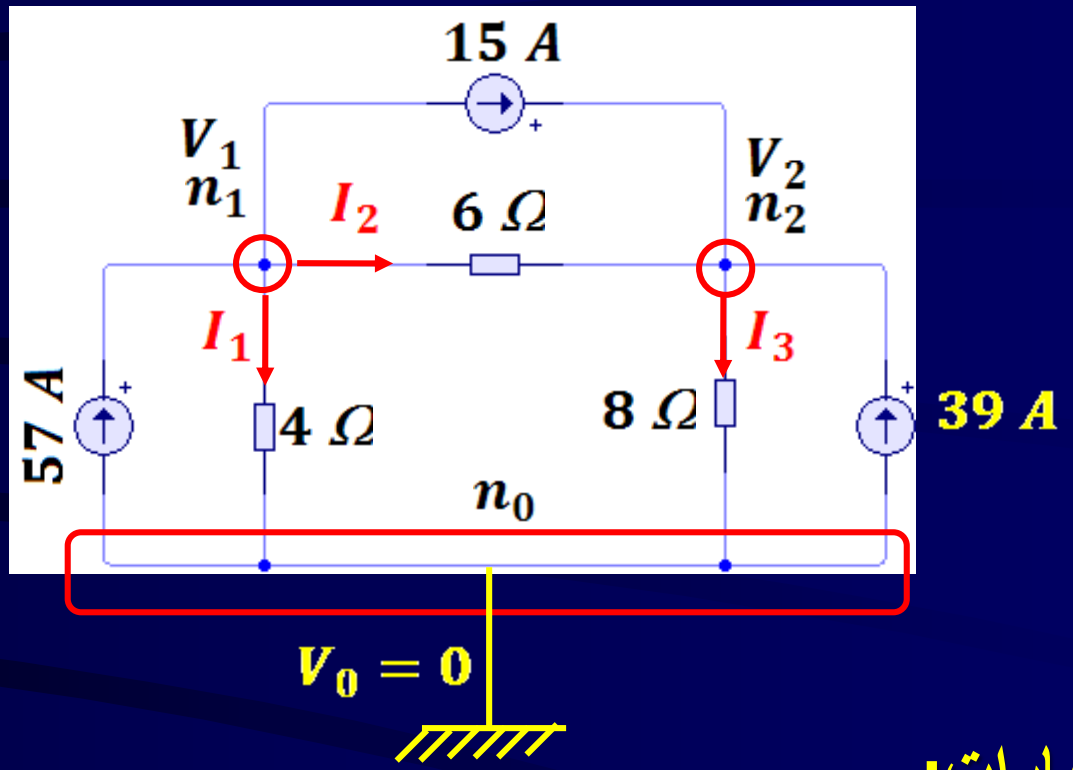


3. طريقة العقد

كيف ؟ ما هي خطوات تطبيق الطريقة؟

1. نحول مولدات الكمون الحقيقية إلى مولدات تيار حقيقية إن وجدت.
2. نحدد عقد الشبكة.
3. نختار عقدة المرجع كيفيا ، لكن بطريقة تسهل عملية التحليل.
4. نلحق بكل عقدة كمونا كيفيا.
5. نطبق قانون التيارات " العقد" لكيرشوف على كل العقد ماعدا عقدة المرجع.
6. نطبق طريقة Cramer " المحددات " لإيجاد كمونات العقد

توضيح: لتكن الدارة الآتية



- بتطبيق قانون التيارات:

n_1: $57 = I_1 + I_2 + 15 \Rightarrow I_1 + I_2 = 57 - 15$

n_2: $39 + 15 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_3 - I_2 = 39 + 15$

بتطبيق قانون أوم على مختلف فروع الشبكة ، نجد التيارات I_1, I_2, I_3 بدلالة كمونات العقد V_1, V_2

$$I_1 = \frac{V_1 - V_0}{4} = \frac{V_1}{4} \qquad I_2 = \frac{V_1 - V_2}{6} \qquad I_3 = \frac{V_2 - V_0}{8} = \frac{V_2}{8}$$

نعوض عبارات التيارات في المعادلتين السابقتين و نرتبهما كما يلي:

$$V_1\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right] - V_2\left[\frac{1}{6}\right] = 57 - 15 = 42$$

$$-V_1\left[\frac{1}{6}\right] + V_2\left[\frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right] = 39 + 15 = 54$$

بتحليل حدود هاتين المعادلتين نلاحظ أن:

1. الحد الأول من كل معادلة:

يمثل: مجموع سماحات الفروع المتصلة بالعقدة جداء كمون العقدة

2. الحد الثاني من كل معادلة:

عبارة عن: جداء سماح الفرع المشترك في كمون العقدة الأخرى، مسبوق بالإشارة السالبة

3. الحد الأيمن من كل معادلة:

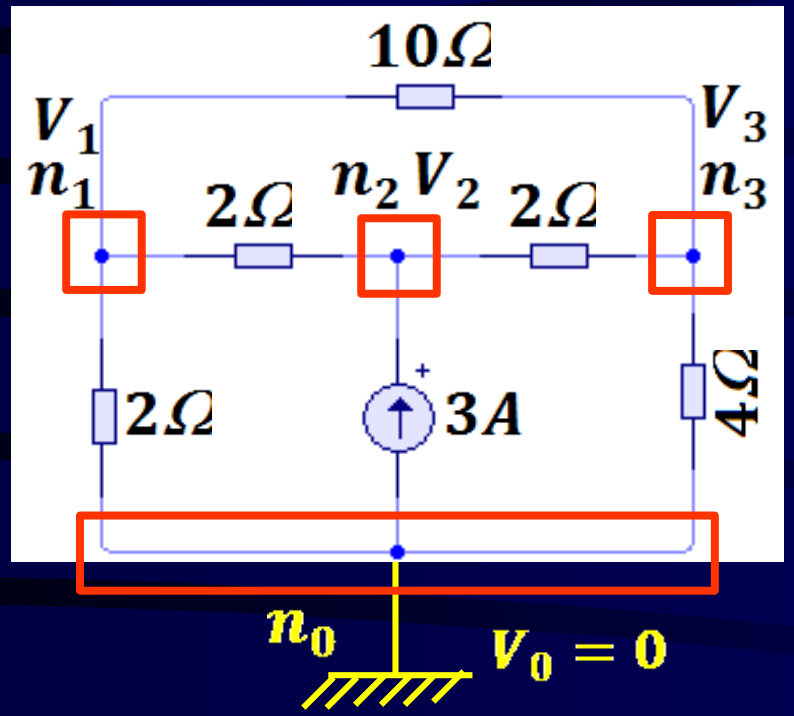
هو: المجموع الجبري لتيارات المولدات المتصلة بالعقدة (مولدات التيار أو مولدات الكمون)

ملخـــــص

متـــى ؟

1. إذا طلب تطبيق الطريقة.
2. إذا طلب حساب كمون أو كمونات.
3. إذا كانت مصادر الطاقة الغالبة في الدارة هي مصادر تيار.
4. إذا كان عدد معادلات العقد أقل من عدد معادلات العروات.

تطـــبيق1: جد الكمون بين طرفي المقاومة 4Ω في الدارة الآتية.



ملاحظة:

عدد المعادلات = عدد العقد - 1

$$n_1: \quad V_1\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{10}\right]-V_2\left[\frac{1}{2}\right]-V_3\left[\frac{1}{10}\right]=0$$

$$n_2: \quad -V_1\left[\frac{1}{2}\right]+V_2\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right]-V_3\left[\frac{1}{2}\right]=3$$

$$n_3: \quad -V_1\left[\frac{1}{10}\right]-V_2\left[\frac{1}{2}\right]+V_3\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}\right]=0$$

نلاحظ أن الكمون بين قطبي المقاومة 4Ω هو نفسه الكمون V_3

بتبسيط المعادلات السابقة نجد:

$$11V_1 - 5V_2 - V_3 = 0$$

$$-V_1 + 2V_2 - V_3 = 6$$

$$-2V_1 - 10V_2 + 17V_3 = 0$$

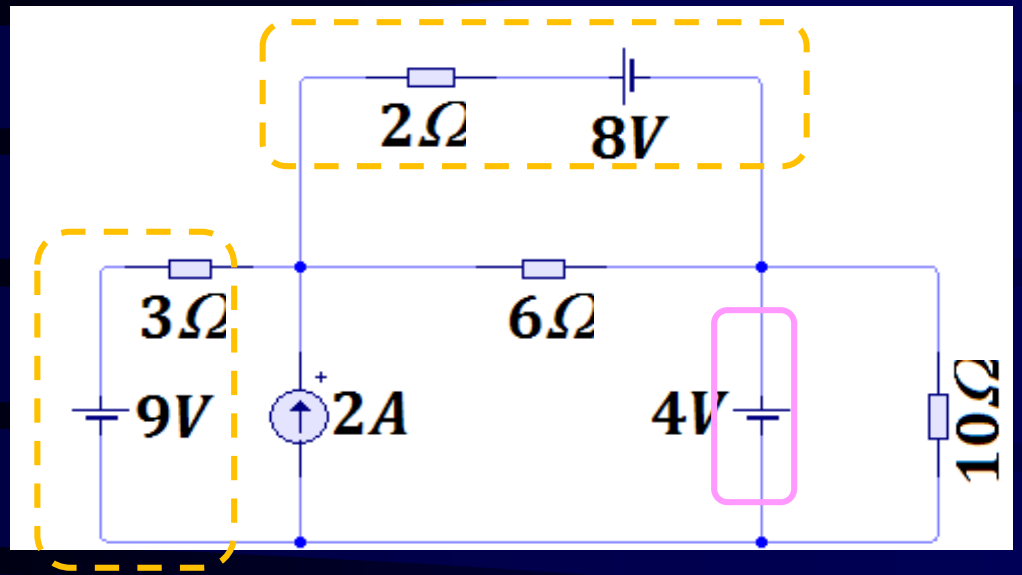
بحل جملة المعادلات بالنسبة لـ V_3 نجد:

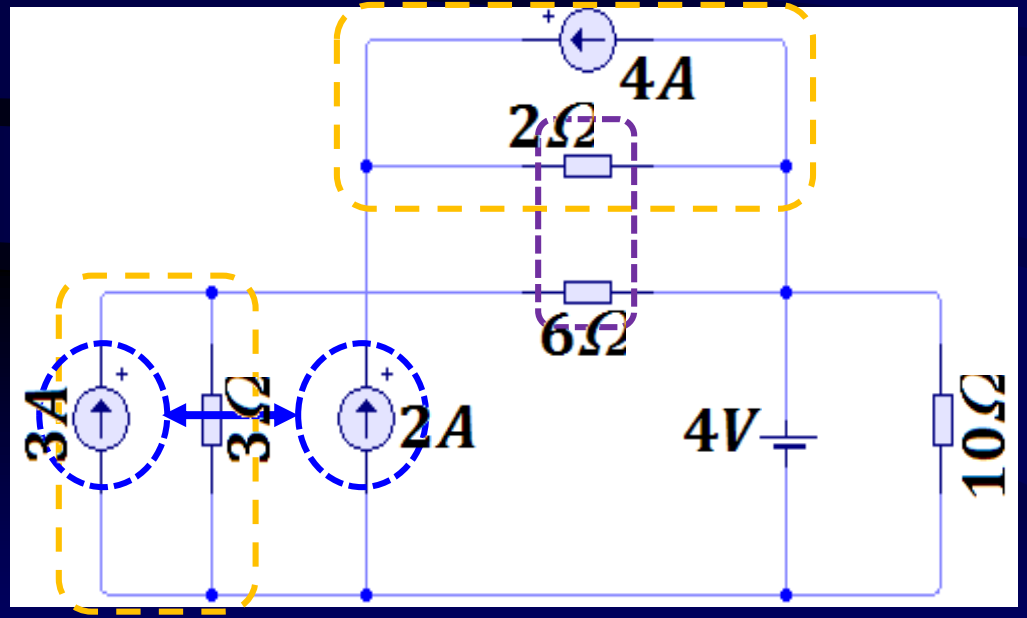
$$V_3 = \frac{\Delta_{V3}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -5 & 0 \\ -1 & 2 & 6 \\ -2 & -10 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -5 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & -10 & 17 \end{vmatrix}} = \frac{720}{155} = 4.65V$$

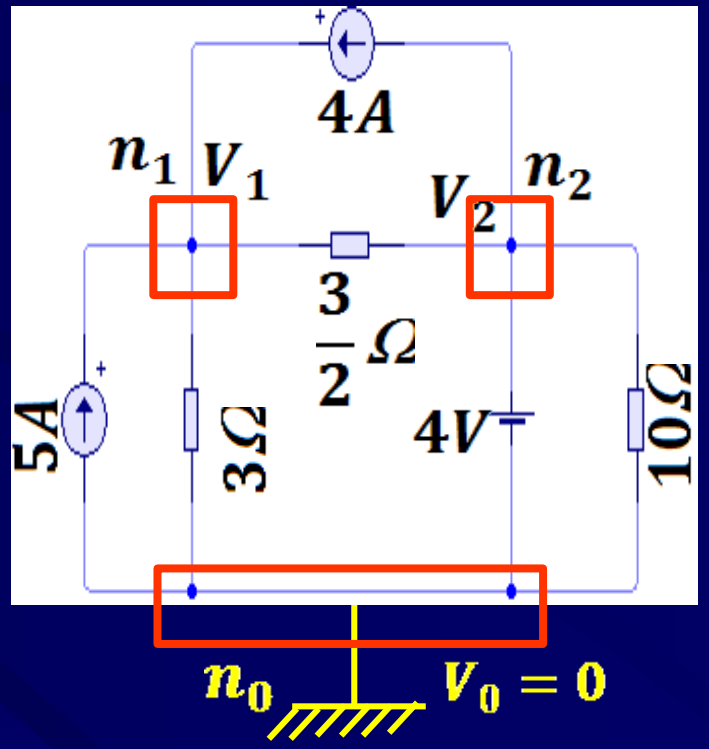
تطـــبيق2:

خصائص الشبكة:

مولدا كمون قابلان للتحويل و مولد واحد غير قابل للتحويل







n_2: $V_2 = 4V$

n_1: $V_1\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right] - V_2\left[\frac{2}{3}\right] = 5 + 4 = 9$

و منه:

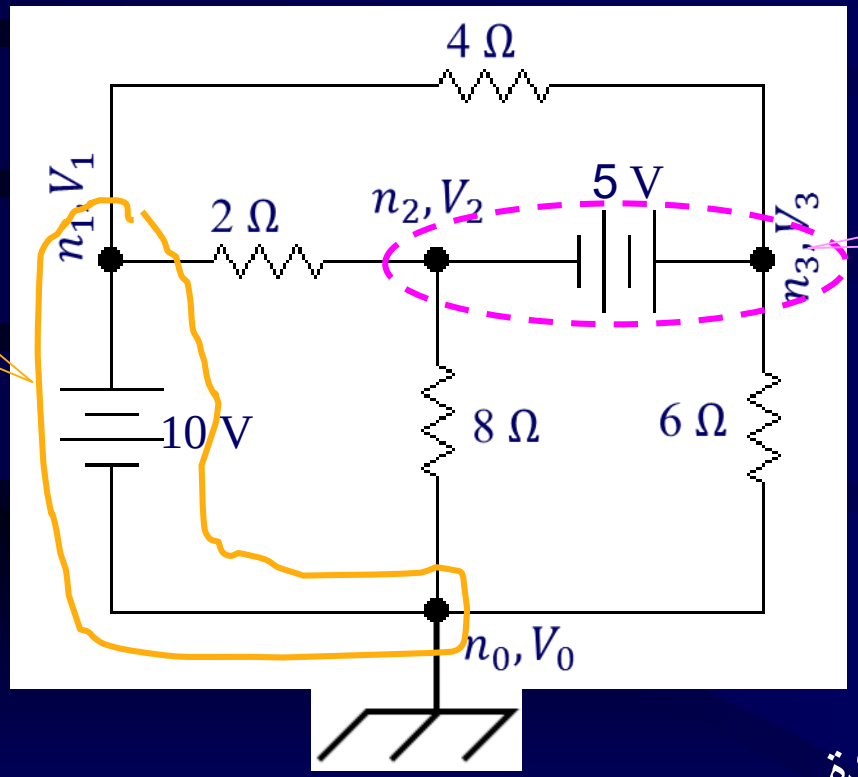
$$V_1 = \frac{35}{3}V$$

كيفية إختيار عقدة المرجـــــع

1. العقدة الأقرب إلى الأرض.
2. العقدة التي يرتبط بها أكبر عدد من الفروع.
3. القطب السالب لمولد الكمون المثالي.

4. طريقة العقدة الكبرى Supernode Method

- **تعريف:** إذا وقع مولد كمون مثالي (مستقل أو مراقب - الشكل أ) أو أي عنصر على التوازي معه بين عقدتين رئيسيتين (عدا عقدة المرجع - الشكل ب)، سميت المجموعة (المولد + العقدتين) بالعقدة الكبرى Supernode، عند تحليل الدارات يتعامل معها و كأنها عقدة بسيطة عادية مع إتباع نفس خطوات التحليل العقدي السابقة.



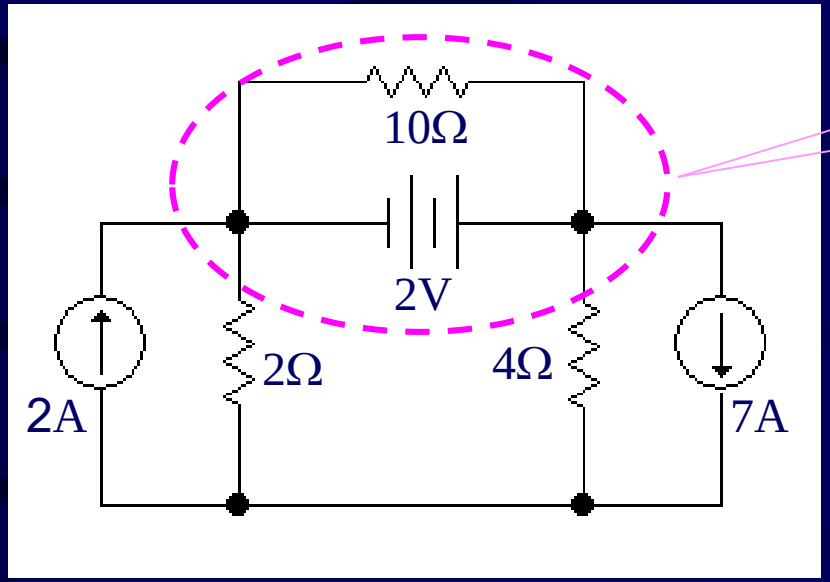
ليست عقدة كبرى

عقدة كبرى

الشكل أ

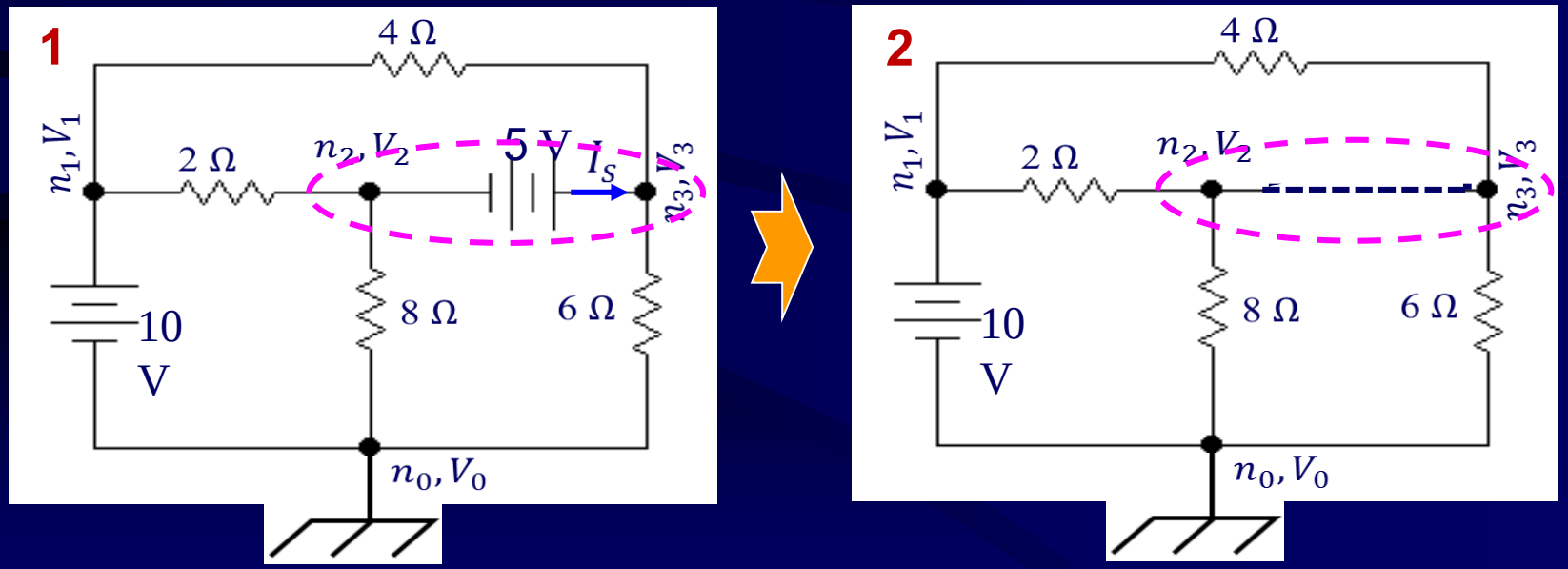
ملاحظات:

1. **الفائدة:** تخفيض عدد معادلات العقد.
2. ليس للعقدة الكبرى كمون ذاتيا خاصا بها.
3. يمكن لشبكة ما أن تضم أكثر من عقدة كبرى واحدة.



الشكل ب

تطـــبيق3: جد كمونات العقد في الدارة أ باستعمال طريقة العقدة الكبرى.

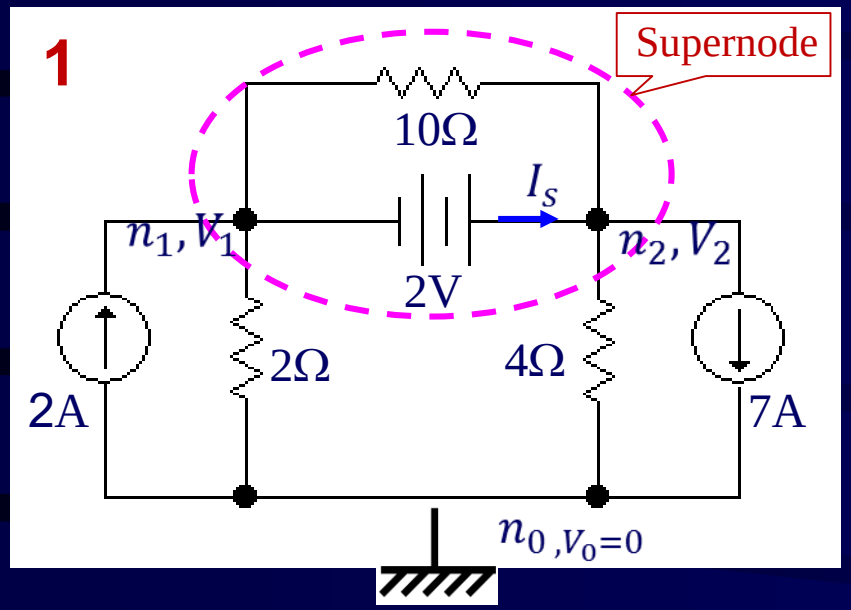


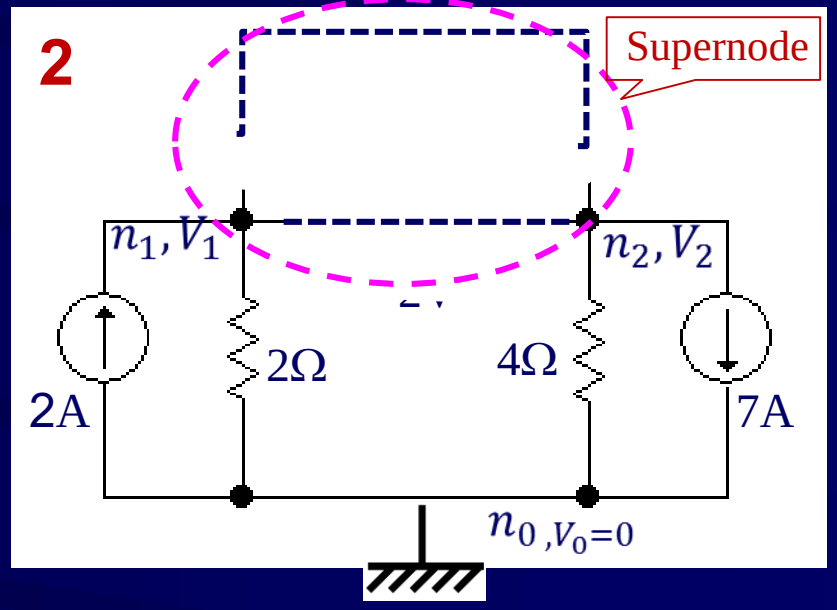
1. طريقة العقد Nodal Method	2. طريقة العقدة الكبرى Supernode
$n_1: V_1 = 10\ V$ $n_2: -V_1\left[\frac{1}{2}\right] + V_2\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right] - 0 \cdot V_3 = -I_s$ $n_3: -V_1\left[\frac{1}{4}\right] - 0 \cdot V_2 + V_3\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right] = I_s$ • المعادلة المساعدة (Supernode Condition) $V_3 - V_2 = 5$	$n_1: V_1 = 10\ V$ $SN: V_2\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right] - V_1\left[\frac{1}{2}\right] + V_3\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right] - V_1\left[\frac{1}{4}\right]=0$ • المعادلة المساعدة (Supernode Condition) $V_3 - V_2 = 5$

ملاحظات: لاحظ أن عدد المعادلات في طريقة العقدة الكبرى أقل، إضافة إلى ظهور مجهول آخر (I_s) في طريقة العقد.

- لاحظ و كأن المعادلة SN هي مجموع معادلتي العقدتين n_2 و n_3 .
- بترتيب المعادلات و استعمال الكتابة المصفوفية، يمكن إيجاد كمونات العقد باستعمال طريقة المحددات مثلا.

تطـــبيق4: جد كمونات العقد في الدارة **ب** باستعمال طريقة العقدة الكبرى.





1. طريقة العقد Nodal Method	2. طريقة العقدة الكبرى Supernode
$n_1: V_1\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{10}\right]-V_2\left[\frac{1}{10}\right]=2-I_s$ $n_2: -V_1\left[\frac{1}{10}\right]+V_2\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{10}\right]=I_s-7$ • المعادلة المساعدة (Supernode Condition) $V_2-V_1=10$	$SN: V_1\left[\frac{1}{2}\right]+V_2\left[\frac{1}{4}\right]=2-7$ • المعادلة المساعدة (Supernode Condition) $V_2-V_1=10$

ملاحظات: لاحظ أن عدد المعادلات في طريقة العقدة الكبرى أقل، إضافة إلى ظهور مجهول آخر (I_s) في طريقة العقد.

- لاحظ و كأن المعادلة SN هي مجموع معادلتي العقدتين n_2 و n_3 .
- بترتيب المعادلات و استعمال الكتابة المصفوفية، يمكن إيجاد كمونات العقد باستعمال طريقة المحددات مثلا.

همة عالية

فليكن هدفك بلوغ القمر ، حتى إن فشلت في الوصول إليه، ستحط بين النجوم.

النـهايـة

THE END